CONCURSUL DE MATEMATICA APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

ETAPA LOCALĂ

26 ianuarie 2013

BAREM

CLASA A X-A

Programa TC +CD(3 ore/săpt)

1.	**Din oficiu**	**1p**
a)	Folosind formula $(A-B)^3 = A^3 - B^3 - 3AB(A-B)$ obţinem:	**2p**
	$a^3 = \sqrt{50}+7-\sqrt{50}+7-3\sqrt[3]{(\sqrt{50}+7)(\sqrt{50}-7)}\left(\sqrt[3]{\sqrt{50}+7}-\sqrt[3]{\sqrt{50}-7}\right)$	**1p**
	$a^3 = 14-3a \Rightarrow a^3+3a-14=0 \Rightarrow (a-2)(a^2+2a+7)=0 \Rightarrow a=2\in\mathbb{N}$	**3p**
b)	$x^3+3x-14=0 \Leftrightarrow (x-2)(x^2+2x+7)=0 \Rightarrow x_1=2,\ x_{2,3}=-1\pm i\sqrt{6}$	**3p**

2.	**Din oficiu**	**1p**
	$\sqrt{x^2+1}+x=m \Leftrightarrow \sqrt{x^2+1}=m-x$	**1p**
	Ridicând la pătrat în condiţia $x\le m$ obţinem ecuaţia $x^2+1=x^2-2mx+m^2$ de unde $x=\dfrac{m^2-1}{2m}$	**2p**
	Condiţia $x\le m \Leftrightarrow \dfrac{m^2-1}{2m}\le m \Leftrightarrow \dfrac{-(m^2+1)}{2m}\le 0$ adevărat pentru orice $m>0$	**2p**
	Pentru $m>0$, $x=\dfrac{m^2-1}{2m}$ verifică ecuaţia iniţială şi este unic determinat	**1p**
	Ecuaţia are soluţie negativă dacă $x=\dfrac{m^2-1}{2m}<0,\ m>0 \Leftrightarrow m\in(0,1)$	**3p**

3.	**Din oficiu**	**1p**
a)	Condiţia de existenţă a logaritmului: $\dfrac{1-x}{x+6}>0 \Leftrightarrow x\in(-6,1)$ (*)	**1p**
	Condiţia de existenţă a radicalului: $\log_{\frac{1}{2}}\dfrac{1-x}{x+6}\ge 0 \overset{\log_{\frac{1}{2}}}{\Leftrightarrow} \dfrac{1-x}{x+6}\le 1 \Leftrightarrow \dfrac{-2x-5}{x+6}\le 0 \Leftrightarrow x\in(-\infty,-6]\cup\left[-\dfrac{5}{2},+\infty\right)$ (**)	**2p**
	Din (*) şi (**) avem: $x\in(-6,1)\cap\left\{(-\infty,-6]\cup\left[-\dfrac{5}{2},+\infty\right)\right\}=\left[-\dfrac{5}{2},1\right)$	**1p**
b)	Dacă $x\ne 0, y\ne 0, z\ne 0$ atunci $2^x+3^y+4^z$ este impar şi 2050 este par, deci ecuaţia nu are soluţii în $\mathbb{N}$. Rezultă că $x=0$ sau $y=0$ sau $z=0$.	**1p**

	Dacă $x=0 \Rightarrow 3^y+4^z=2049 \Leftrightarrow 3^y+4^z=1+2^{11}$ ecuaţie ce nu are soluţie în $\mathbb{N}$	**1p**
	Dacă $y=0 \Rightarrow 2^x+4^z=2049 \Leftrightarrow 2^x+4^z=1+2^{11} \Rightarrow x=11, z=0$	**1p**
	Dacă $z=0 \Rightarrow 2^x+3^y=2049 \Leftrightarrow 2^x+3^y=1+2^{11} \Rightarrow x=11, y=0$	**1p**
	Deci soluţia ecuaţiei este: $x=11, y=0, z=0$	**1p**

4.	**Din oficiu**	**1p**
	Transformând logaritmii în baza 10 şi utilizând proprietăţile logaritmilor se obţine: $\log_{\sin x}\cos x+\log_{\cos x} tgx+\log_{tgx}\frac{1}{\cos x}+\log_{ctgx}\frac{1}{\sin x}+\log_{\frac{1}{\sin x}}\cos x+\log_{\frac{1}{\cos x}}\sin x=$ $\frac{\lg\cos x}{\lg\sin x}+\frac{\lg tgx}{\lg\cos x}+\frac{\lg\frac{1}{\cos x}}{\lg tgx}+\frac{\lg\frac{1}{\sin x}}{\lg ctgx}+\frac{\lg\cos x}{\lg\frac{1}{\sin x}}+\frac{\lg\sin x}{\lg\frac{1}{\cos x}}=$	**2p**
	$\cancel{\frac{\lg\cos x}{\lg\sin x}}+\frac{\lg tgx}{\lg\cos x}-\frac{\lg\cos x}{\lg tgx}-\frac{\lg\sin x}{\lg ctgx}-\cancel{\frac{\lg\cos x}{\lg\sin x}}-\frac{\lg\sin x}{\lg\cos x}=$	**2p**
	$\frac{\lg\frac{\sin x}{\cos x}}{\lg\cos x}-\frac{\lg\cos x}{\lg\frac{\sin x}{\cos x}}-\frac{\lg\sin x}{\lg\frac{\cos x}{\sin x}}-\frac{\lg\sin x}{\lg\cos x}=$ $\frac{\lg\sin x-\lg\cos x}{\lg\cos x}-\frac{\lg\cos x}{\lg\sin x-\lg\cos x}-\frac{\lg\sin x}{\lg\cos x-\lg\sin x}-\frac{\lg\sin x}{\lg\cos x}=$	**3p**
	$\frac{\lg\sin x-\lg\cos x-\lg\sin x}{\lg\cos x}+\frac{-\lg\cos x+\lg\sin x}{\lg\sin x-\lg\cos x}=-1+1=0$ Deci expresia nu depinde de x	**2p**